TEMEL KAVRAMLAR VE AÇILAR

açı çeşitleri

D: derece G: grad R: radyan

$$\boxed{\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}}$$

$$\boxed{1^\circ = 60' = 3600''}$$

Dar açı: Ölçüsü 90° den küçük olan açı

Dik açı: Ölçüsü 90° olan açı

Geniş açı: Ölçüsü 90° den büyük 180° den küçük açı

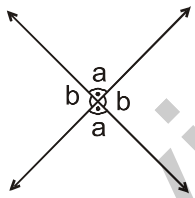
Doğru açı: Ölçüsü 180° olan açı

Tam açı: Ölçüsü 360° olan açı

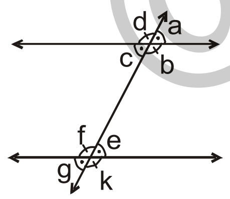
Tümler açılar: Ölçüleri toplamı 90° olan açılar

Bütünler açılar: Ölçüleri toplamı 180° olan açılar

Ters açılar (ters açıların ölçüleri eşittir)



içters - dışters - yöndeş - karşı durumlu açılar



b = f (iç ters)
c = e (iç ters)

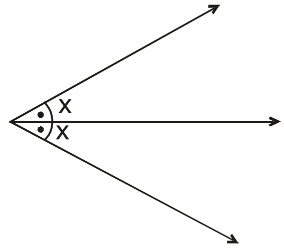
a = g (dış ters)
d = k (dış ters)

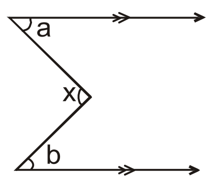
a = e (yöndeş)
d = f (yöndeş)

b = k (yöndeş)
c = g (yöndeş)

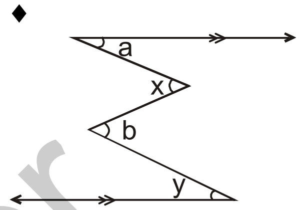
b + e = 180° (karşı durumlu)
c + f = 180° (karşı durumlu)

Açıortay (açıyı iki eşit parçaya bölen doğru)

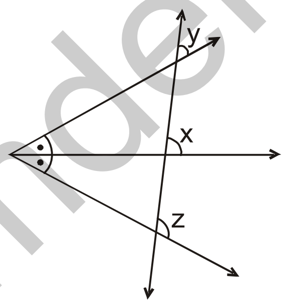




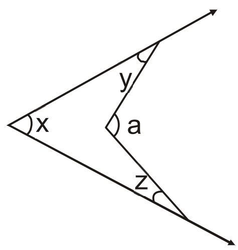
$$\boxed{a + b = x}$$



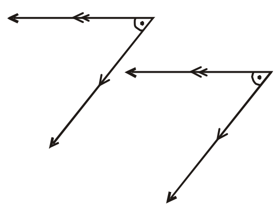
$$\boxed{a + b = x + y}$$

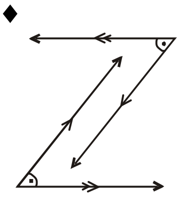


$$\boxed{x = \frac{y + z}{2}}$$

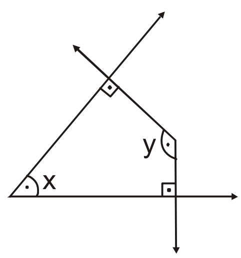


$$\boxed{x + y + z = a}$$

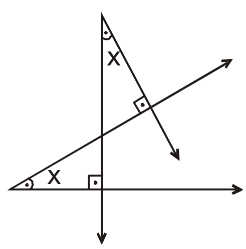




(kolları aynı yöne ve ters yöne doğru paralel olan açıların ölçüleri eşittir.)



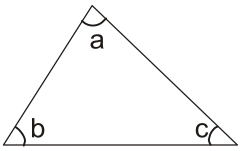
$$\boxed{x + y = 180^\circ}$$



kolları dik açılar birbirine eşittir.

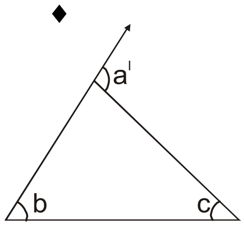
ÜÇGENDE AÇILAR

♦



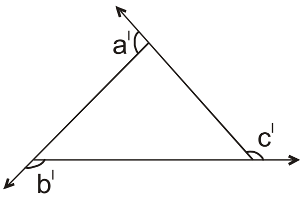
$\boxed{a + b + c = 180^\circ}$

♦



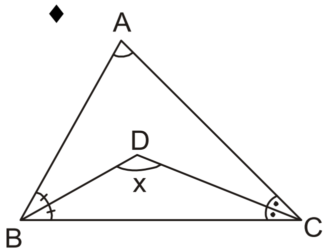
$\boxed{a' = b + c}$

♦



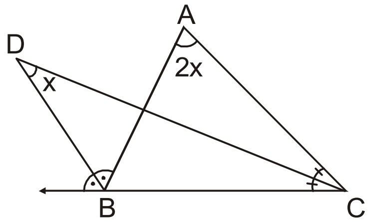
$\boxed{a' + b' + c' = 360^\circ}$

♦



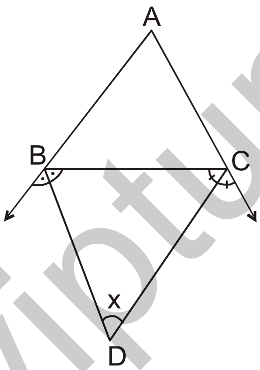
$\boxed{x = 90 + \frac{m(\hat{A})}{2}}$

♦



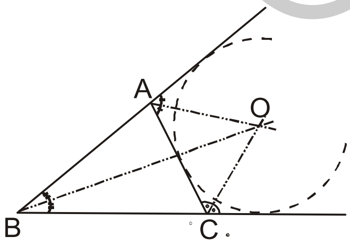
$\boxed{x = \frac{m(\hat{A})}{2}}$

♦



$\boxed{x = 90 - \frac{m(\hat{A})}{2}}$

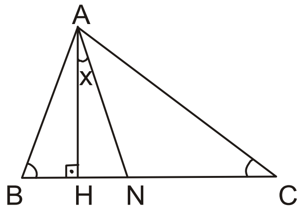
♦



Bütün üçgenlerin üçer tane dış teğet çemberi vardır. Üçgenin dış açıortay doğruları ikişer ikişer bir noktada kesişirler. Bu nokta üçgenin dış teğet çemberinin merkezidir.

([AO, [BO ve [CO ışınlarından herhangi ikisi açıortay doğrusu olduğunda üçüncüsü de mutlaka açıortay doğrusudur.)

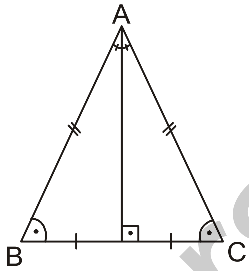
♦



[AN] : açıortay
[AH] : yükseklik

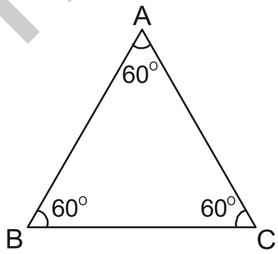
$\boxed{x = \frac{|m(\hat{B}) - m(\hat{C})|}{2}}$

İkizkenar üçgen



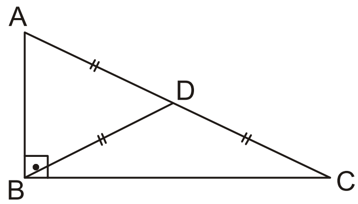
Taban açıları birbirine eşittir. Tepeden tabana çizilen yükseklik aynı zamanda kenarortay ve açıortaydır.

Eşkenar üçgen



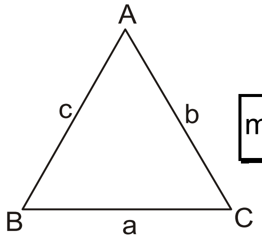
Tüm açıları 60 ar derecedir. Tüm kenarları birbirine eşittir.

♦

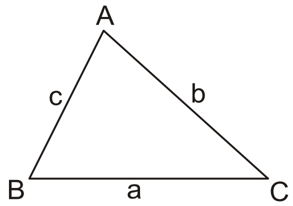


Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay doğrusu hipotenüsün yarısına eşittir.

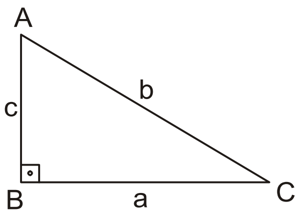
ÜÇGEN EŞİTSİZLİĞİ

♦ 

$$m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C}) \Leftrightarrow a < b < c$$

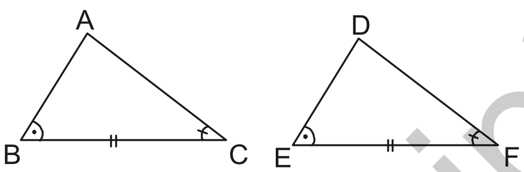
♦ 

$$|b-c| < a < b+c$$
$$|a-c| < b < a+c$$
$$|b-a| < c < b+a$$

♦ 

$$m(\hat{B}) = 90^\circ \Leftrightarrow b^2 = a^2 + c^2$$
$$m(\hat{B}) < 90^\circ \Leftrightarrow b^2 < a^2 + c^2$$
$$m(\hat{B}) > 90^\circ \Leftrightarrow b^2 > a^2 + c^2$$

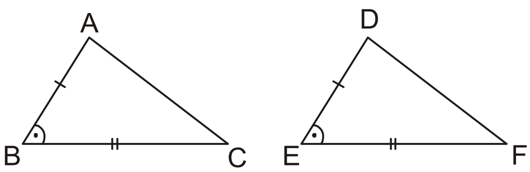
(A-K-A) eşlik teoremi



∗ İki üçgenin ikişer açıları ile bu açıların köşelerini birleştiren kenarları karşılıklı eş olduğunda bu iki üçgen eş üçgendir.

$$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$$

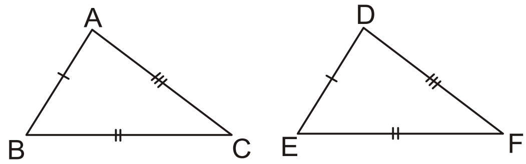
(K-A-K) eşlik teoremi



∗ İki üçgenin ikişer kenarları ile bu kenarlar arasındaki açı eş olduğunda bu iki üçgen eştir. (Veya; iki üçgenin ikişer kenarları ile bu kenarlardan büyük olanların karşılarındaki açıları eş ise bu iki üçgen eştir.)

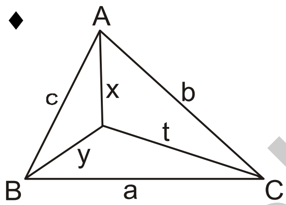
$$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$$

(K.K.K.) eşlik teoremi



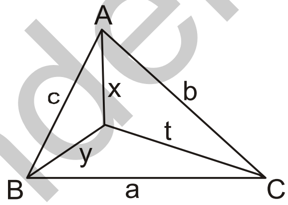
∗ İki üçgenin karşılıklı üçer kenarı eş olduğunda bu iki üçgen eştir.

$$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$$

♦ 

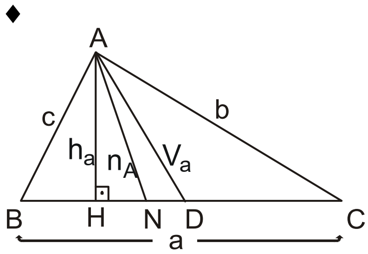
kenarlar tek tek bilinmiyor ise

$$\frac{a+b+c}{2} < x+y+t < a+b+c$$

♦ 

kenarlar tek tek biliniyor ise

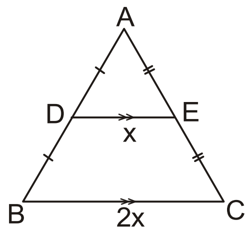
$$\frac{a+b+c}{2} < x+y+t < \text{en uzun iki kenar toplamı}$$

♦ 

h_a : yükseklik
n_A : açıortay
V_a : kenarortay
$b \neq c \Rightarrow h_a < n_A < V_a$
$b = c \Rightarrow h_a = n_A = V_a$

ORTA TABAN – DİK ÜÇGEN

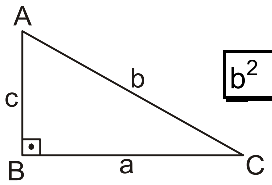
♦



D ve E bulundukları kenarların orta noktaları olmak üzere;

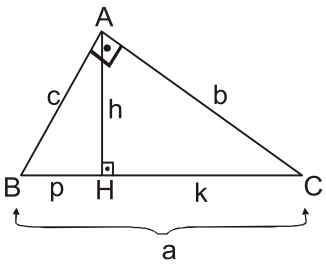
$$|BC| = 2\,|DE|$$
$$[BC] \parallel [DE]$$

Pisagor Teoremi



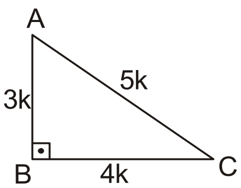
$$b^2 = a^2 + c^2$$

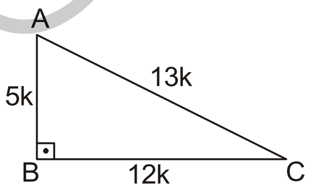
Öklid Teoremleri

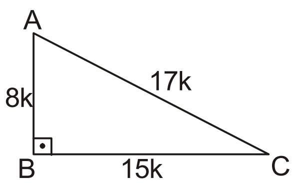


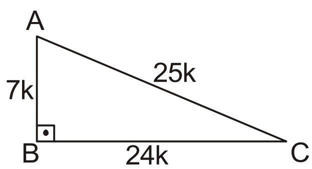
$$h^2 = p.k$$
$$c^2 = p.a$$
$$b^2 = k.a$$
$$b.c = h.a$$
$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

Kenarlarına göre özel dik üçgenler

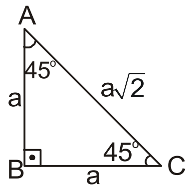


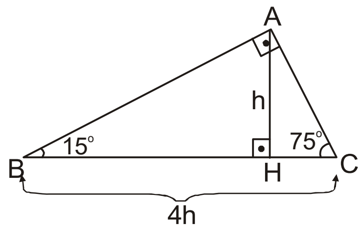


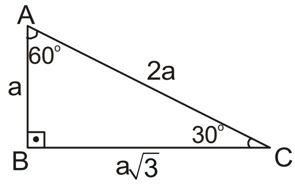


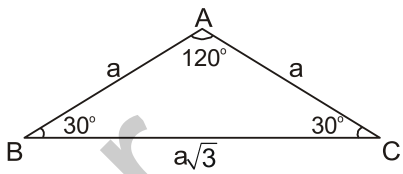


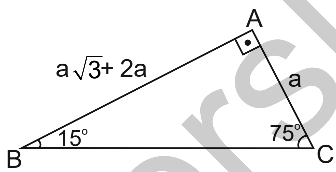
Açılarına göre özel dik üçgenler

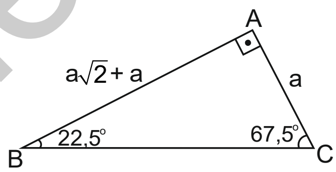




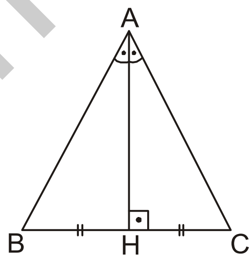








İKİZKENAR ÜÇGEN

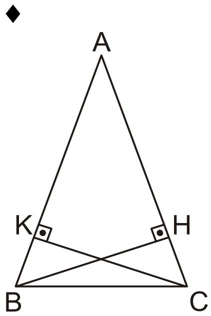


|AB| = |AC|

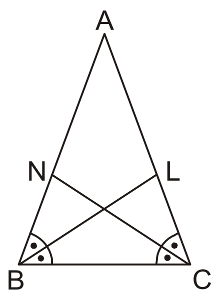
Taban açılarının ölçüleri eşittir

İkizkenar üçgende tepeden tabana çizilen yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.

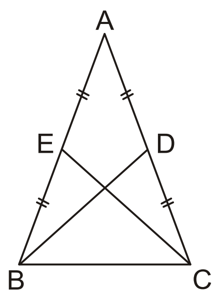
♦



|AB| = |AC|



|AB| = |AC|



|AB| = |AC|

******İkizkenarlara ait yüksekliklerin uzunlukları eşittir.*

|BH| = |CK|

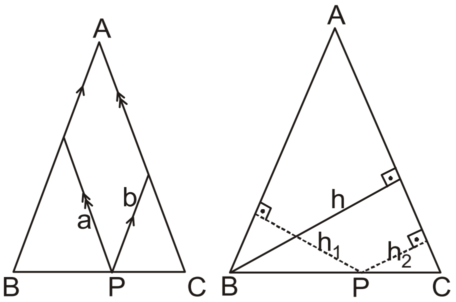
******Taban açılarına ait açıortayların uzunlukları eşittir.*

|BL| = |CN|

******İkizkenarlara ait kenarortayların uzunlukları eşittir.*

|BD| = |CE|

♦



|AB| = |AC|

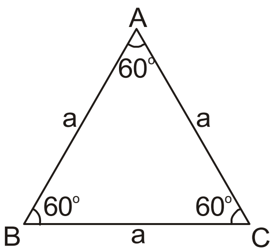
P noktası taban üzerinde herhangi bir nokta olmak üzere;

P den kenarlara çizilen paralellerin toplamı ikizkenarlara eşittir. $\boxed{a+b=|AB|=|AC|}$

P den kenarlara çizilen diklerin toplamı ikizkenarlara ait yüksekliğe eşittir. $\boxed{h_1+h_2=h}$

EŞKENAR ÜÇGEN

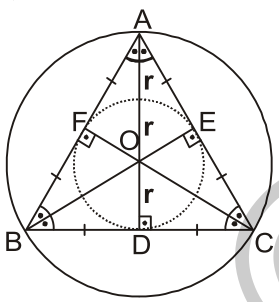
♦



$\boxed{|AB| = |AC| = |BC| = a}$

$\boxed{\text{Alan (ABC)} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}$

♦



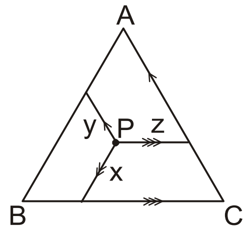
*****_Eşkenar üçgende yüksekliklerin uzunlukları eşittir._

*****_Yükseklikler aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır._

*****_Eşkenar üçgende içteğet çemberi ve çevrel çemberin merkezleri aynı O noktasıdır._

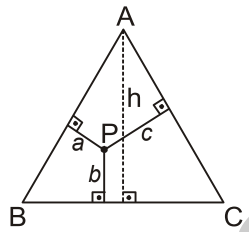
$\boxed{|AD| = |CF| = |BE| = h = 3r}$ dir.

♦



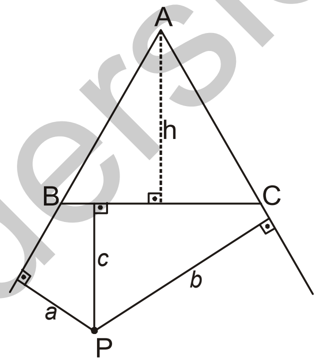
$\boxed{x+y+z=|AB|}$

♦



$\boxed{a+b+c=h}$

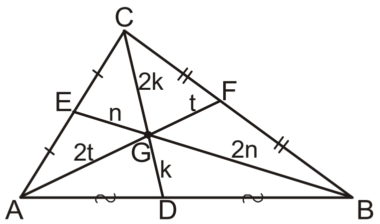
♦



$\boxed{a+b-c=h}$

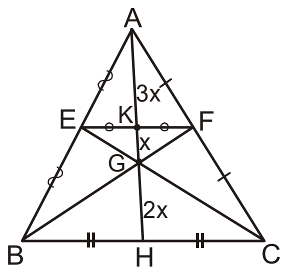
ÜÇGENDE KENARORTAYLAR

♦



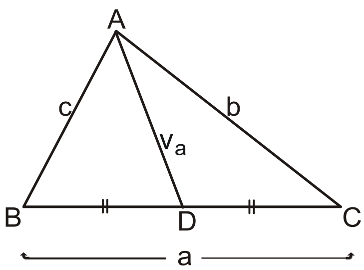
Kenarortayların kesişim noktası ağırlık merkezidir (G).
Ağırlık merkezi kenarortayı 1 e 2 oranında böler.

♦



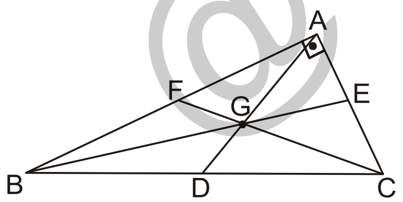
$$x = \frac{|AH|}{6}$$

Kenarortay teoremi:



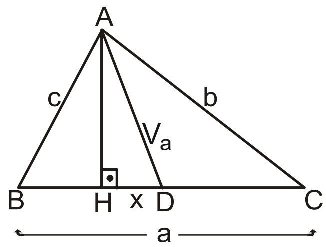
$$2.V_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$$

♦



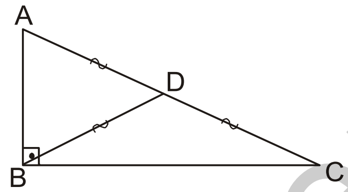
$$\left.\begin{array}{l} |AD| = V_a \\ |BE| = V_b \\ |CF| = V_c \end{array}\right\} \Rightarrow 5.V_a^2 = V_b^2 + V_c^2$$

♦



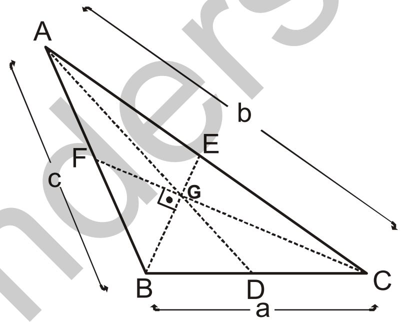
$$2.a.x = |b^2 - c^2|$$

♦



Hipotenüse ait kenarortay hipotenüsün yarısına eşittir.

♦ İki kenarortay birbirine dik ise ($V_b \perp V_c$);



i) $a = \frac{2}{3}.V_a$

ii) $V_a^2 = V_b^2 + V_c^2$

iii) $5a^2 = b^2 + c^2$

♦ Kenar uzunlukları a, b ve c olan bir üçgende;

$a > b > c \Leftrightarrow V_a < V_b < V_c$ dir.

♦ $u = \frac{a+b+c}{2}$ olsun, bu durumda;

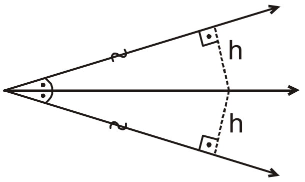
$u < V_a + V_b + V_c < 2u$ dur.

♦ Kenarortaylar için;

$|V_b - V_c| < V_a < V_b + V_c$ dir.

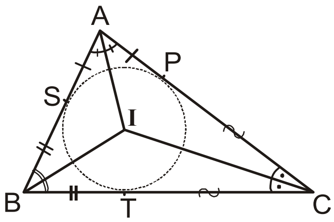
ÜÇGENDE AÇIORTAYLAR

◆



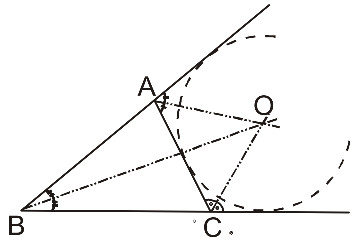
Açıortay doğrusunun açının kollarına uzaklığı eşittir.

◆



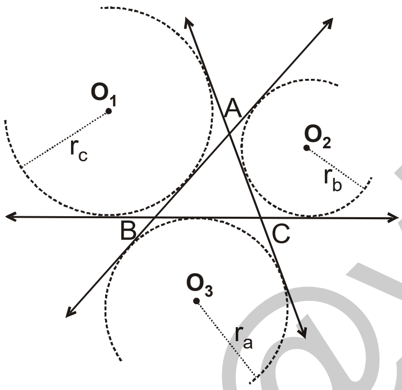
Üçgende açıortay doğruları üçgenin içinde bir noktada kesişirler. Bu nokta üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir.

◆



Bir iç açıortay ile diğer iki açının dış açıortayları bir noktada kesişirler. Bu noktaya üçgenin dış teğet çemberinin merkezi denir.

◆

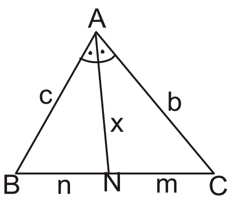


Bir ABC üçgeninin yarıçapları r_a, r_b, r_c olan üç tane dış teğet çemberi vardır.

ABC üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı r ise,

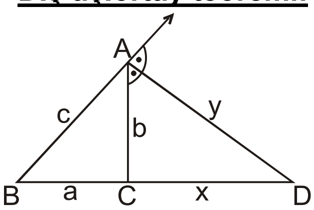
$$\boxed{\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}}$$

<u>İç açıortay teoremi:</u>



$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{b}{c} = \dfrac{m}{n} \\ x^2 = b.c - m.n \end{array}}$$

<u>Dış açıortay teoremi:</u>

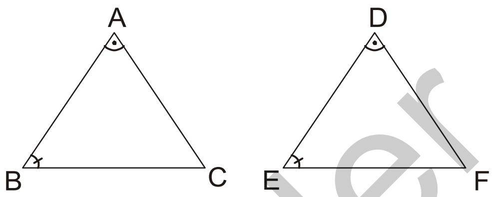


$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{b}{c} = \dfrac{x}{x+a} \\ y^2 = x.(x+a) - b.c \end{array}}$$

ÜÇGENLERDE BENZERLİK

$\overset{\triangle}{ABC} \leftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$ eşlemesinde karşılıklı açılar eşit ve karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise ABC ile DEF üçgenleri benzerdir denir. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ şeklinde gösterilir.

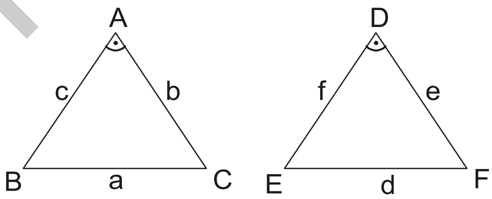
A.A. Benzerliği



İki üçgenin ikişer açısı karşılıklı olarak birbirine eşit ise üçüncü açıları da birbirine eşit olacağından bu iki üçgen benzerdir.

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}}$$

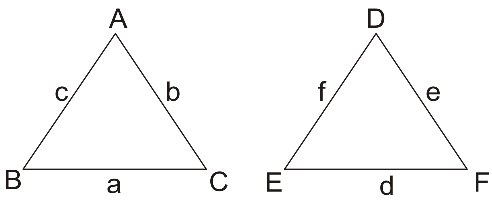
K.A.K. Benzerliği



İki üçgenin birer açıları eşit ve bu eşit açıların kısa kollarının oranı uzun kollarının oranına eşit ise bu iki üçgen benzerdir.

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} m(A) = m(D) \\ \dfrac{c}{f} = \dfrac{b}{e} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}}$$

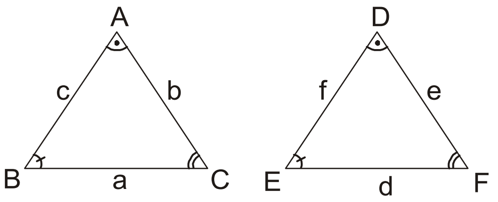
K.K.K. Benzerliği



İki üçgenin kenarlarının oranları birbirine eşit ise bu iki üçgen benzerdir.

$$\boxed{\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}}$$

Sonuçlar

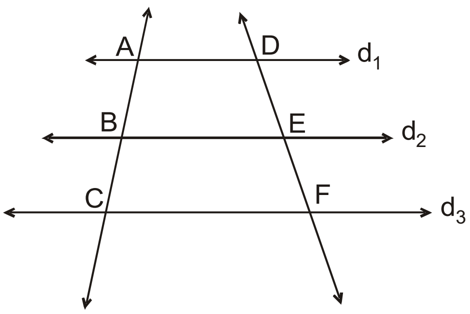


$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ olsun. Bu durumda;

i) $\boxed{\dfrac{a}{d} = \dfrac{b}{e} = \dfrac{c}{f} = \dfrac{h_a}{h_d} = \dfrac{V_a}{V_d} = \dfrac{n_A}{n_D} = k}$ $\boxed{\dfrac{a+b+c}{d+e+f} = k}$

ii) $\boxed{\dfrac{A(ABC)}{A(DEF)} = k^2}$

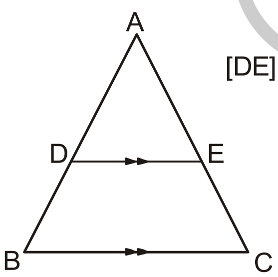
Thales Teoremi



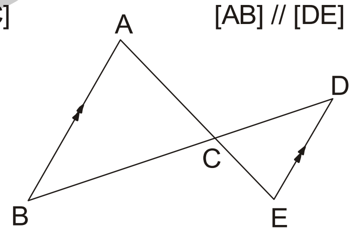
$d_1 // d_2 // d_3$

$\boxed{\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|DE|}{|EF|} \text{ veya } \dfrac{|AB|}{|AC|} = \dfrac{|DE|}{|DF|}}$ dir.

Temel Orantı Teoremi



[DE] // [BC]



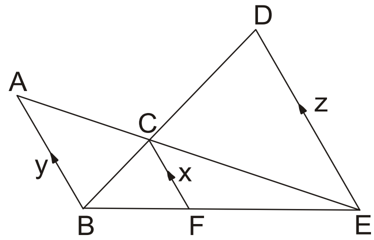
[AB] // [DE]

$\boxed{\dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{|DE|}{|BC|}}$

$\boxed{\dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|CE|} = \dfrac{|BC|}{|CD|}}$

Pratik sonuçlar

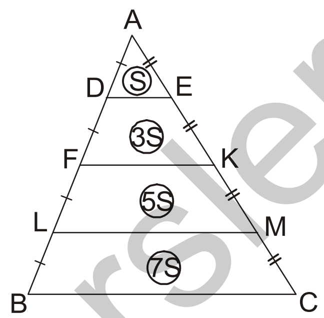
♦



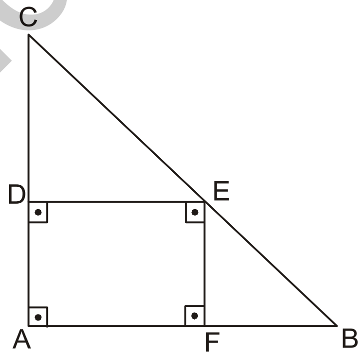
[AB] // [CF] // [DE] ise

$\boxed{\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z}}$

♦



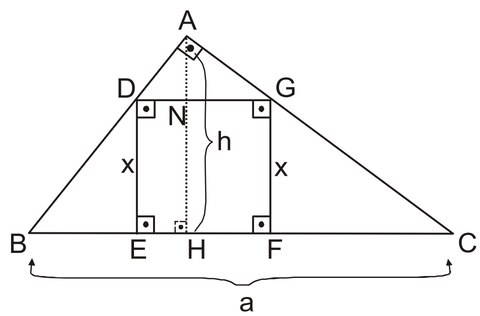
♦



ABC bir dik üçgen ve ADEF bir dikdörtgen olmak üzere

$\boxed{\dfrac{|DE|}{|AB|} + \dfrac{|EF|}{|AC|} = 1}$ dir.

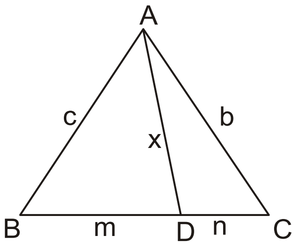
♦



Yukarıdaki şekilde, ABC bir dik üçgen ve EFGD bir karedir. Karenin bir kenarı x, |BC| =a ve |AH| = h olmak üzere;

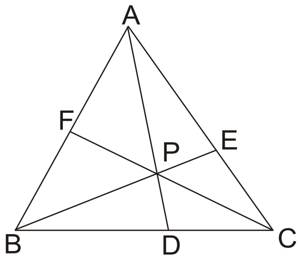
$\boxed{x = \dfrac{a.h}{a+h}}$ dır.

Stewart Teoremi



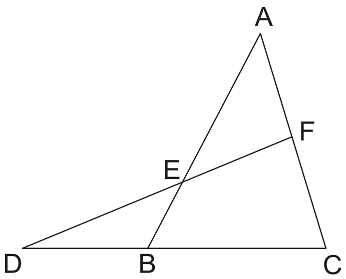
$$x^2 = \frac{b^2.m + c^2.n}{m+n} - m.n$$

Seva Teoremi



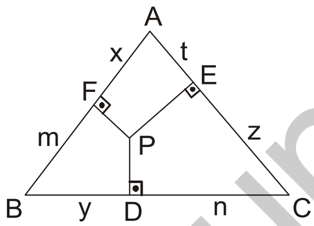
$$\frac{|AF|}{|FB|} \cdot \frac{|BD|}{|DC|} \cdot \frac{|CE|}{|EA|} = 1$$

Menelaüs Teoremi



$$\frac{|DB|}{|DC|} \cdot \frac{|CF|}{|FA|} \cdot \frac{|AE|}{|EB|} = 1$$

Carnot Teoremi



$$x^2 + y^2 + z^2 = m^2 + n^2 + t^2$$

Yukarıdaki bazı teoremler müfredat dışı olsa da sorular için çözüm yollarını arttırmaları bakımından önemli.