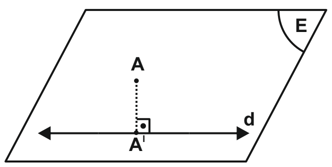
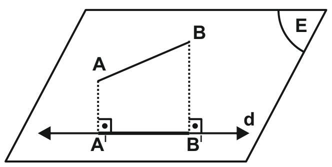
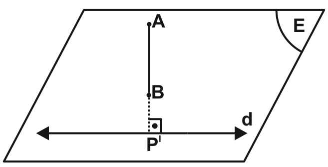
Noktanın doğruya dik iz düşümü:



A noktasının d doğrusuna dik izdüşümü A' noktasıdır.

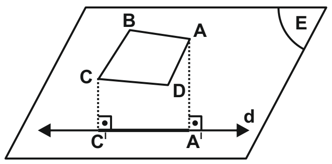
Doğru parçasının doğruya dik izdüşümü:





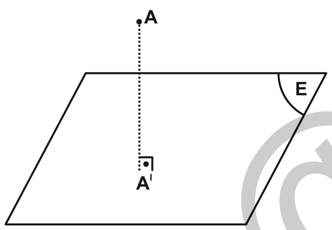
[AB] doğru parçasının d doğrusuna dik izdüşümü bir doğru parçası veya bir noktadır.

Bir çokgenin doğruya dik izdüşümü:



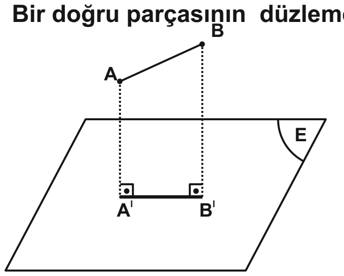
ABCD dörtgeninin d doğrusuna dik izdüşümü bir doğru parçasıdır.

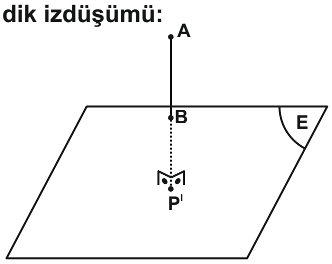
Bir noktanın düzleme dik izdüşümü:



E düzleminin dışındaki bir A noktasının E düzlemine dik izdüşümü A' noktasıdır.

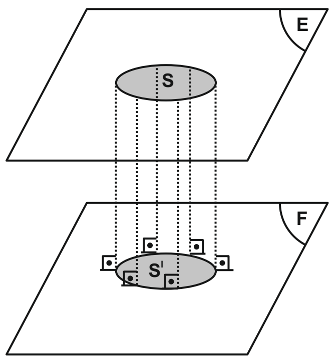
Bir doğru parçasının düzleme dik izdüşümü:





[AB] doğru parçasının E düzlemine dik izdüşümü bir doğru parçası veya bir noktadır.

Bir şeklin bir düzlem üzerindeki dik izdüşümü:



S' bölgesi, S bölgesinin F düzlemi üzerindeki dik izdüşümüdür.

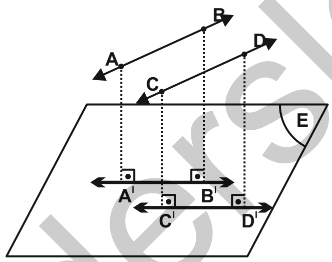
E ve F düzlemleri paralel ise

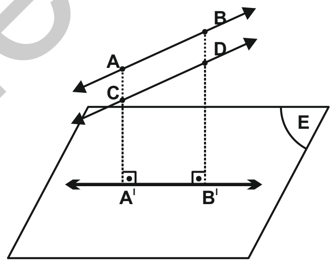
Alan (S) = Alan (S'),

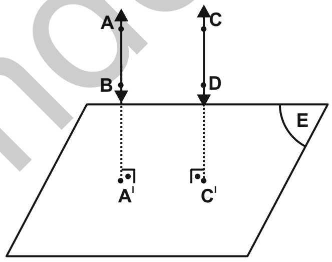
paralel değil ise

Alan (S') < Alan (S)

Paralel iki doğrunun düzleme dik izdüşümleri:

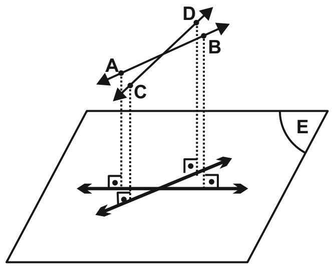


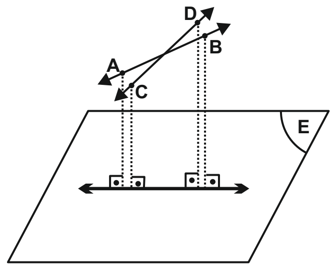




Paralel iki doğrunun E düzlemine dik izdüşümleri paralel iki doğru, tek bir doğru veya iki nokta olabilir.

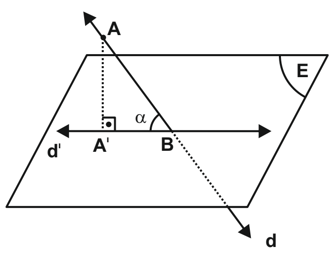
Kesişen iki doğrunun düzleme dik izdüşümü:





Kesişen iki doğrunun düzleme dik iz düşümü kesişen iki doğru veya tek bir doğrudur.

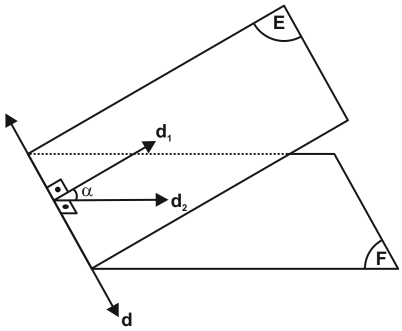
Bir doğrunun bir düzlemle yaptığı açı:



Doğrunun düzlem üzerindeki dik izdüşümü ile yaptığı dar açıya denir.

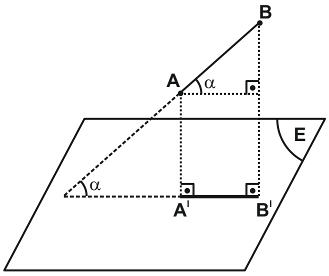
α d doğrusu ile E düzlemi arasındaki açıdır.

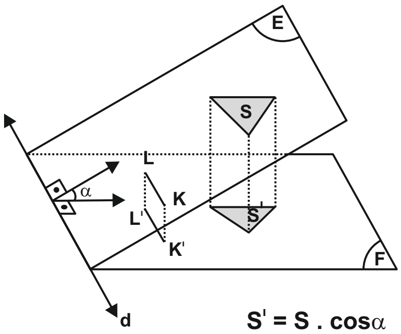
Ölçek açı:



Kesişen iki düzlemdten her biri içinde arakesite aynı noktadan dik olarak çizilen iki doğru arasındaki açıya (α) ölçek açı denir.

$\alpha = 90°$ ise $E \perp F$ dir.





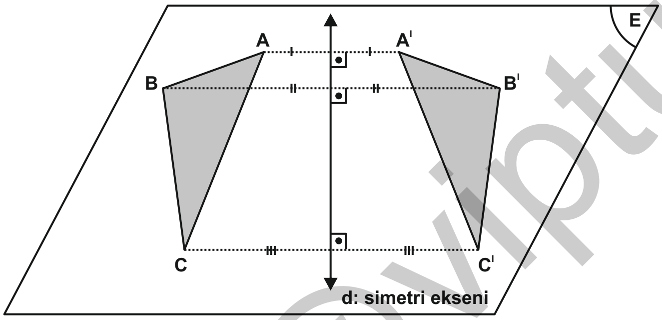
$S' = S \cdot \cos\alpha$

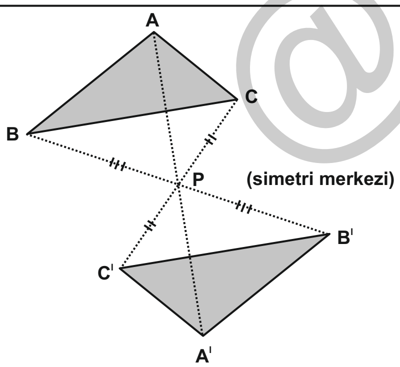
$|A'B'| = |AB| \cdot \cos\alpha$

$[LK] \in E$ $[LK]$ nın dik izdüşümü

$[LK] \parallel [L'K']$ ise $|LK| = |L'K'|$ olur.

Düzlemde bir şeklin bir doğruya göre simetriği:





Sonuçlar:

1) Bir doğruya göre simetrik şekiller birbirine eştir.

2) Bir doğru parçasının orta dikmesi, bu doğru parçasının simetri eksenidir.

3) Bir doğru bir şekli simetrik iki parçaya ayırırsa; bu doğruya şeklin simetri ekseni denir.

4) Bir noktaya göre simetrik iki şekil birbirine eştir.

1. Düzlemin dışındaki bir P noktasının düzlem üzerindeki bir doğruya uzaklığı $4\sqrt{2}$ cm, düzleme olan uzaklığı 4 cm olduğuna göre, P noktasının düzleme dik izdüşümü olan noktanın doğruya olan uzaklığı kaç cm dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) $6\sqrt{2}$ E) 9

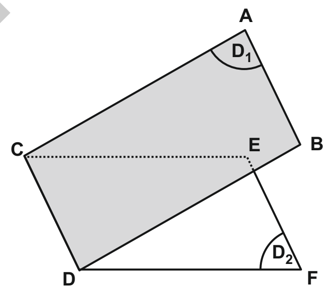
2. Kenar uzunlukları 10 cm ve 11 cm olan bir dikdörtgenin, bulunduğu düzlemle 60° lik açı yapan düzlem üzerindeki dik izdüşüm alanı kaç cm^2 dir?

A) $55\sqrt{2}$ B) $60\sqrt{2}$ C) 55 D) 60 E) 110

3. A(3, 3) ve B (7, 7) ise [AB] nın x = 2 doğrusu üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğu kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

4.



Dikdörtgen şeklindeki D_1 ve D_2 kesişen düzlemlerinin ölçek açısı 60° dir.
IDFI = 8 cm

EF üzerindeki bir noktanın ABCD düzlemine uzaklığı kaç cm dir?

A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $4\sqrt{3}$ E) 6

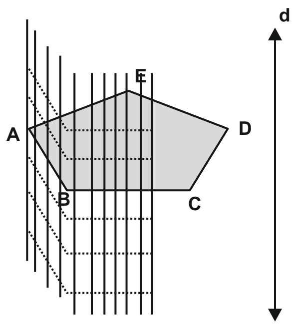
5. D_1 ve D_2 kesişen düzlemlerinin ölçek açısı 45° dir. D_1 düzlemi içinde bulunan ve düzlemlerinin arakesit doğrusuna uzaklığı 8 cm olan bir noktanın, D_2 düzlemine uzaklığı kaç cm dir?

A) 8 B) $8\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

6. Bir düzlem ile 30° lik açı yapan 16 cm lik bir doğru parçasının bu düzlem üzerindeki izdüşümünün uzunluğu kaç cm dir?

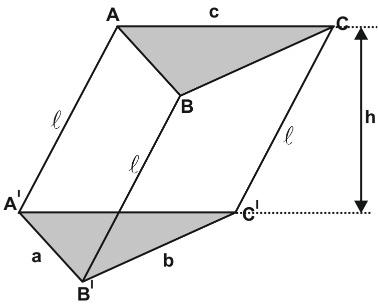
A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) 8 D) $8\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{3}$

Prizmatik Yüzey:



Verilen bir d doğrusuna paralel olarak bir çokgenin çevresinde hareket eden k doğrusunun meydana getirdiği yüzeye prizmatik yüzey denir.
Şekilde, [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] kenarlarından geçen düzlemler, bir prizmatik yüzey oluşturur.

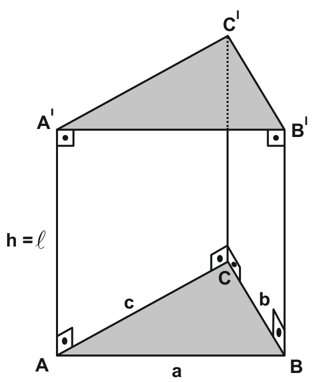
Prizma:



Bir prizmatik yüzeyin paralel iki düzlem arasında kalan parçasına prizma denir. Prizmalar tabanlarını oluşturan çokgenlerin kenar sayılarına göre adlandırılırlar.

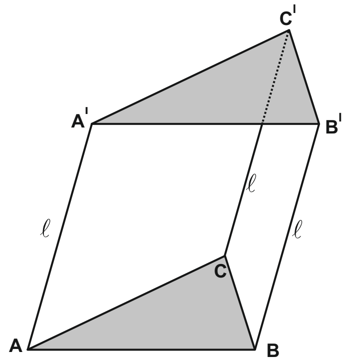
Şekildeki üçgen prizmada;
* $A^{I}B^{I}C^{I}$ üçgeni alt taban, ABC üçgeni üst tabandır.
* $[AA^{I}]$, $[BB^{I}]$, ve $[CC^{I}]$ doğru parçaları bu prizmanın yanal ayrıtlarıdır.
* [AB], [BC] ve [CA] doğru parçaları üst taban ayrıtlarıdır.
* $[A^{I}B^{I}]$, $[B^{I}C^{I}]$ ve $[C^{I}A^{I}]$ doğru parçaları alt taban ayrıtlarıdır.
* Prizmanın yan yüzeyleri birer paralelkenardır.
* Prizmanın iki tabanı arasındaki uzaklığa prizmanın yüksekliği denir.
* Prizmanın tüm alanı prizmanın yanal alanı ile alt ve üst tabanlarının alanları toplamına eşittir.
* Prizmanın hacmi taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Dik Prizma:



Yan ayrıtları taban düzlemlerine dik olan prizmaya dik prizma denir. Dik prizmanın yan yüzleri birer dikdörtgendir. Yan ayrıtlarının uzunlukları prizmanın yüksekliğine eşittir.

Eğik Prizma:

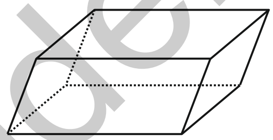


Bir prizmanın yan ayrıtları taban düzlemine dik değilse böyle bir prizmaya eğik prizma denir.
Eğik prizmanın yan yüzleri birer paralelkenardır.

Düzgün Prizma:

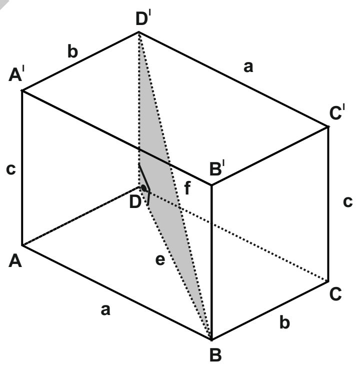
Tabanları düzgün çokgen olan dik prizmaya düzgün prizma denir. Düzgün prizmanın yan yüzleri birer dikdörtgen olup hepsi birbirine eştir.

Paralelyüz:



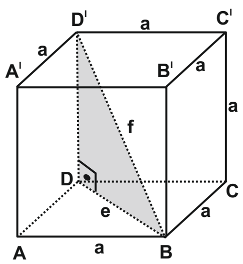
Tabanları paralelkenar olan prizmaya paralelyüz denir. Bir paralelyüzün altı yüzü de paralelkenardır.

Dikdörtgenler Prizması:



Tabanları dikdörtgen olan dik prizmaya dikdörtgenler prizması denir. Dikdörtgenler prizması özel bir paralelyüzdür.
$[BD^{I}]$ = f : cisim köşegeni
S: toplam yüzey alanı
V: cismin hacmi

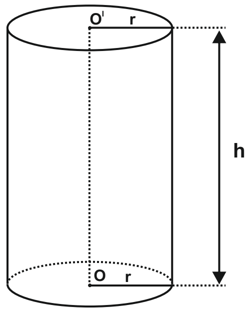
$f^2 = a^2 + b^2 + c^2$ **S = 2(ab + ac + bc)** **V= a.b.c**



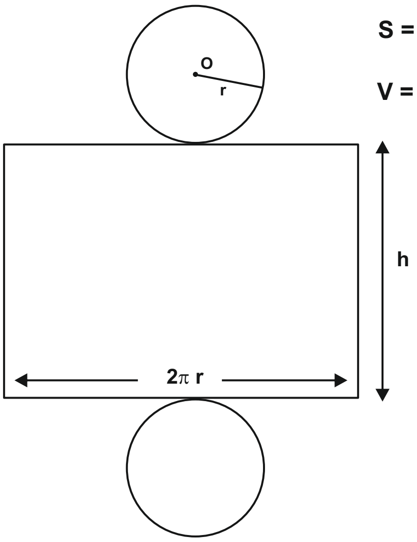
Bütün ayrıtları eşit uzunlukta olan dikdörtgenler prizmasına küp denir. Küpün altı yüzü de kare olup hepsi birbirine eşittir.

$f^2 = 3a^2$ **$S = 6a^2$** **$V = a^3$**

Silindir:



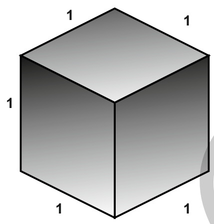
Tabanları daire olan prizmalara dairesel silindir denir. Silindirler tabanlarına göre adlandırılırlar. Dairesel silindir, eliptik silindir, ... vs.
Açık yanal yüzeyi bir dikdörtgen olan silindire dik dairesel silindir denir.



$$\mathbf{S = 2\pi\, r.h + 2\pi\, r^2}$$

$$\mathbf{V = \pi.r^2.h}$$

örnek:



Şekilde verilenlere göre küpün;

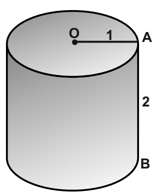
a) yüzey köşegeni kaç birimdir?

b) cisim köşegeni kaç birimdir?

c) toplam yüzey alanı kaç birim karedir?

d) hacmi kaç birim küptür?

örnek:



Şekildeki dik silindirin

a) Toplam yüzey alanı kaç birim karedir?

b) Hacmi kaç birim küptür?

1. Taban alanı 50 cm^2 ve yüksekliği 6 cm olan bir prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

2. Bir dikdörtgenler prizmasının hacmi 480 cm^3 ve ayrıtları 3, 4, 5 ile orantılıdır. Buna göre,

a) Prizmanın alanı kaç cm^2 dir?

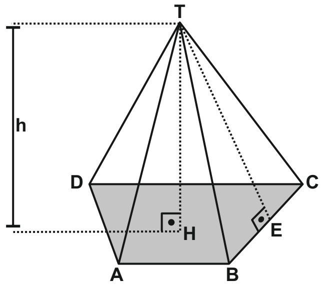
b) Prizmanın cisim köşegen uzunluğu kaç cm dir?

3. Bir dikdörtgenler prizmasının a, b, c ayrıtları arasında $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{4}{7}$ bağıntısı vardır. Buna göre alanı 120 cm^2 olan dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç cm^3 tür?

4. Farklı yüzeylerinin alanları 9, 16 ve 25 er cm^2 olan dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç cm^3 tür?

5. Kenarları 10 ve 5 birim olan bir dikdörtgenin uzun kenarı etrafında 180° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç cm^3 tür?

Piramit:



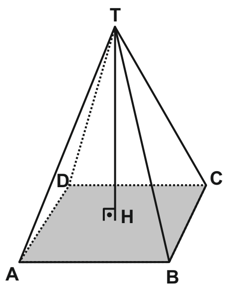
Bir düzlemsel çokgen ile bunun düzlemi dışında bir nokta verilsin. Bu noktayı çokgenin köşeleriyle birleştirelim. Oluşan üçgensel bölgelerle, çokgensel bölgenin sınırladığı cisme **piramit** denir.

Şekildeki, ABCD çokgenine, piramidin tabanı, T noktasına tepesi, [TA], [TB], ... doğru parçalarına yan ayrıtları, [TE] uzunluğuna yan yüze ait yükseklik, [TH] uzunluğuna ise piramidin yüksekliği denir.
Piramitler de tabanını oluşturan çokgenin kenar sayısına göre adlandırılır. Üçgen piramit, beşgen piramit, v.s.

$$\textbf{Hacim} = V = \frac{\text{Taban alanı} \times \text{yükseklik}}{3}$$

Alan = S = Yanal alan + Taban alanı

Düzgün Piramit:

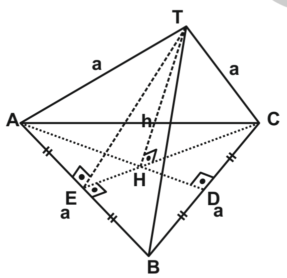


Tabanı düzgün çokgen olan ve yükseklik ayağı taban merkezinde bulunan piramide düzgün piramit denir.

Düzgün piramidin yan yüzleri birbirine eş ikizkenar üçgenlerden oluşur.

Düzgün piramidin yanal ayrıtlarının uzunlukları birbirine eşittir.

Düzgün Dörtyüzlü:

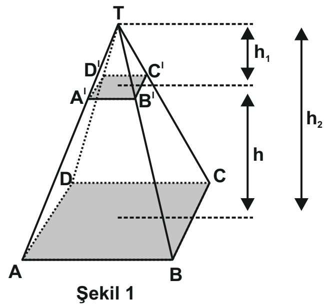


Bütün ayrıtları birbirine eşit olan üçgen piramide düzgün dörtyüzlü denir. Düzgün dörtyüzlünün tüm yüzleri birbirine eş olan eşkenar üçgenlerdir.

$$|TH| = h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

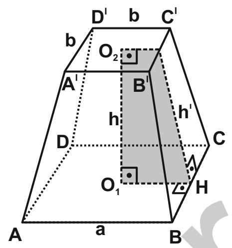
$$S = a^2\sqrt{3} \qquad V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Kesik Piramit:



Şekil 1

Bir piramit, tabanına paralel bir düzlemle kesildiğinde, taban ile düzlem arasında kalan kısma kesik piramit denir.



Şekil 2

Bir düzgün kesik piramidin yanal alanı, alt ve üst tabanların çevreleri toplamının yarısı ile yanal yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$\textbf{Yanal alan} = Y = \frac{(Ç + Ç').h'}{2}$$

Tabanlarının alanları G, G' ve yüksekliği h olan bir kesik piramidin hacmi;

$$\textbf{Hacim} = V_{\text{kesik piramit}} = V_{\text{büyük piramit}} - V_{\text{küçük piramit}}$$

Sonuçlar:

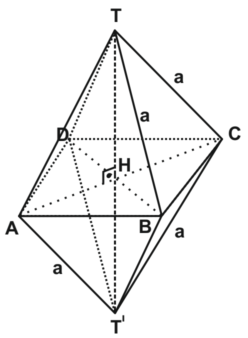
Şekil 1 de, A(ABCD) = G ve A(A'B'C'D') = G' ise;

$$\frac{G'}{G} = \frac{h_1^2}{h_2^2}$$

Şekil 1 de, küçük piramidin hacmi V_1 ve kesik piramidin hacmi V_2 ise;

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{h_1^3}{h_2^3}$$

Düzgün Sekiz Yüzlü:



Bütün ayrıtları a uzunluğunda olan, iki kare piramit taban tabana yapıştırılırsa düzgün sekiz yüzlü elde edilir.

Bütün yüzleri, birbirine eş olan eşkenar üçgenlerdir.

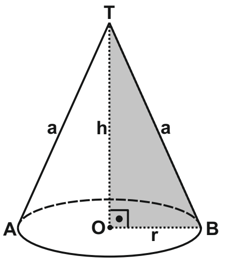
$$|TH| = \frac{a\sqrt{2}}{2} \qquad \textbf{Alan} = S = 2.a^2\sqrt{3}$$

$$\textbf{Hacim} = V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

Koni:

Tabanı daire olan piramitlere dairesel koni denir. Koniler tabanlarına göre adlandırılır. Dairesel koni, eliptik koni ... v.s.

Dik Dairesel Koni :



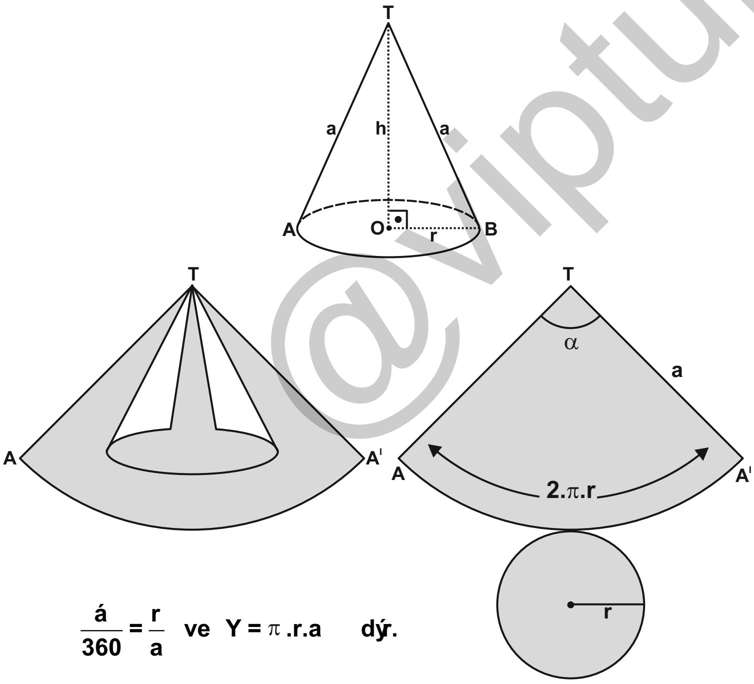
Tabanı daire olan ve yüksekliği tabanın merkezinden geçen koniye dik dairesel koni denir.
a: Yanal ayrıt (ana doğru)
h: Yükseklik
r: Taban yarıçapı
$a^2 = h^2 + r^2$ dir.

Hacim = $V = \frac{\pi . r^2 . h}{3}$

Koninin Alanı :

Koninin alanı taban alanı ile yanal alanının toplamına eşittir. Yani; yanal alanı Y, taban alanı G ile gösterirsek, koninin alanı; S = G + Y dir.

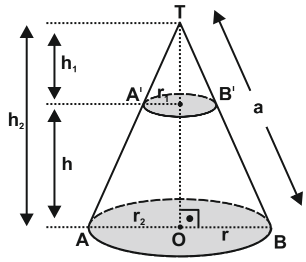
Yanal alan: Dik dairesel koninin yanal alanı taban çevresinin yarısı ve yanal ayrıtının uzunluğu çarpımına eşittir.



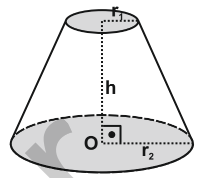
$\frac{á}{360} = \frac{r}{a}$ ve $Y = \pi . r . a$ dýr.

Kesik Koni :

Bir dairesel koniyi tabanına paralel bir düzlemle kestiğimizde, taban ile düzlem arasında kalan cisme *kesik koni* denir.



Şekil 1



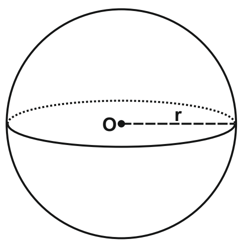
Şekil 2

Şekil 1 de, küçük piramidin hacmi V_1 ve kesik piramidin hacmi V_2 ise;

Hacim = $V_{\text{kesik koni}} = V_{\text{büyük koni}} - V_{\text{küçük koni}}$

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{h_1^3}{h_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

Küre :

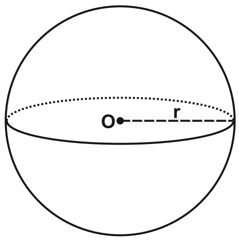


Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıkta olan noktaların birleşim kümesine (Geometrik Yerine) küre yüzeyi, bu yüzeyle sınırlanan cisme küre denir. Sabit noktaya kürenin merkezi, sabit uzunluğa da kürenin yarıçapı denir.

r yarıçaplı kürenin alanı: $S = 4 . \pi . r^2$

r yarıçaplı kürenin hacmi: $V = \frac{4}{3} \pi . r^3$

Küre :

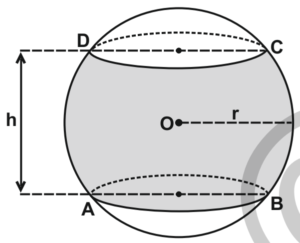


Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıkta olan noktaların birleşim kümesine (Geometrik Yerine) küre yüzeyi, bu yüzeyle sınırlanan cisme küre denir. Sabit noktaya kürenin merkezi, sabit uzunluğa da kürenin yarıçapı denir.

r yarıçaplı kürenin alanı: $S = 4.\pi.r^2$

r yarıçaplı kürenin hacmi: $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$

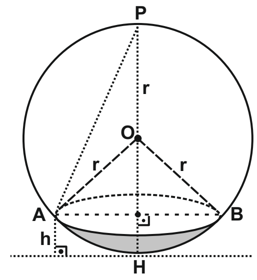
Küre Kuşağı :



Bir küre yüzeyinin paralel iki düzlem arasında kalan kısmına küre kuşağı denir. Birbirlerine paralel olan kesit çemberlerine, bu kuşağın tabanları, iki taban arasındaki uzaklığa da kuşağın yüksekliği denir.

Küre kuşağının alanı; $A = 2\pi.r.h$

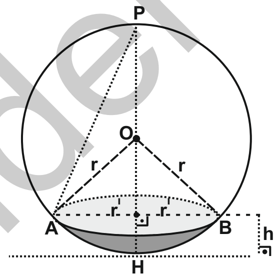
Küre Kapağı :



Bir küre yüzeyi bir düzlemle kesildiği zaman oluşan iki parçanın her birine küre kapağı denir.

Kürenin yarıçapı r ve küre kapağının yüksekliği h olduğunda küre kapağının alanı, $A = 2\pi.r.h$ dır.

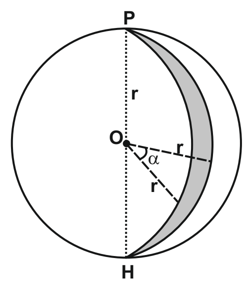
Küre Parçası:



Bir küre kapağı ile bu kapağın taban dairesi tarafından sınırlanan cisme küre parçası denir.

Kürenin yarıçapı r, küre parçasının yüksekliği h ise, küre parçasının hacmi; $V = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$ dır.

Küre Dilimi:

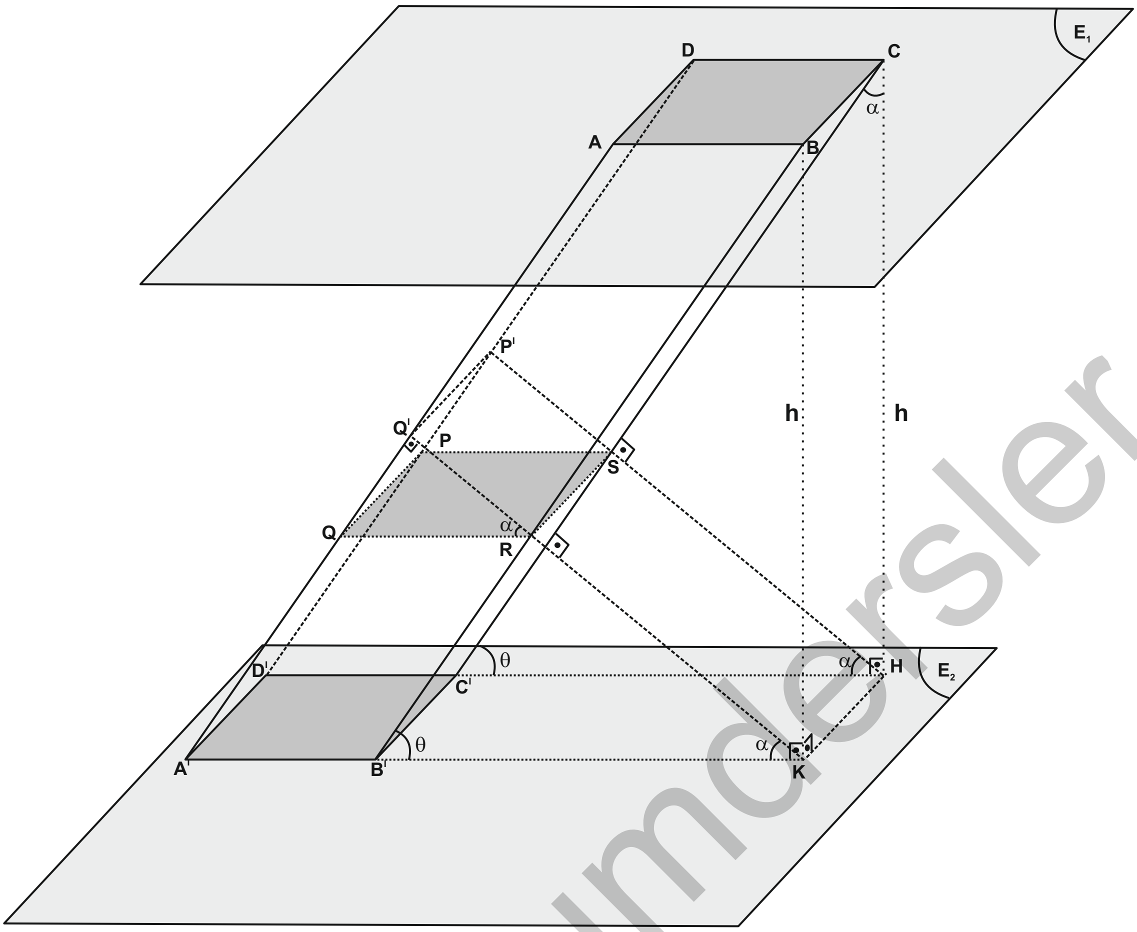


Herhangi bir kürenin bir [PH] çapından geçen iki yarım düzlem ile arasında kalan kısmına küre dilimi denir.

Bu iki yarım düzlem arasındaki açı α ve kürenin yarıçapı r ise;

Küre diliminin alanı; $A = \frac{\alpha.\pi.r^2}{90°}$

Küre diliminin hacmi; $A = \frac{\alpha.\pi.r^3}{270°}$



$E_1 // E_2$ ve $ABCD \cong A'B'C'D'$ olsun. Bu durumda ABCD ve A'B'C'D' dörtgenlerinin her noktasının birleştirilmesinden oluşan cisme prizma denir. Eğer bu prizmanın yan ayrıtları taban düzlemine dik değilse bu prizmaya eğik prizma denir.

1. Prizma tabanına göre isimlendirilir.
2. Yanal yüzleri birer paralelkenardır.
3. $|AA'| = |BB'| = |CC'| = |DD'| = \ell$ = Yanal ayrıt uzunluğu
   $|BK| = |CH| = h$ = yükseklik
   $A(ABCD) = A(A'B'C'D') = A(QPRS) = G$ = Taban alanı
   $A(Q'P'SR) = G'$ = Dik kesit alanı
   V: Hacim
   α: Taban düzlemi ile dik kesit arasındaki ölçek açı
   θ: Ayrıtların taban düzlemi ile yaptığı açı
   Ç: Taban çevresi
   Ç': Dik kesitin çevresi
   S: Tüm alan
   Y_A: Yanal alan
4. $\theta+\alpha = 90°$
   $Y_A = Ç'.\ell$
   $G' = G.\cos\alpha = G.\sin\theta$
   $V = G.h = G'.\ell$
   $\sin\theta = \dfrac{h}{\ell} \Rightarrow h = \ell.\sin\theta$